電子情報学専攻 専門

平成 26 年 8 月 18 日 (月) 15 時 00 分～17 時 30 分 実施

問題数 5 題 (このうち 3 題を選択して解答すること)

注意

1. 指示があるまで，この問題を開いてはならない。
2. この問題冊子の本文は表紙・空白ページを除き全部で 9 頁ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明なものがあれば申し出ること。
3. 3 題を選択して解答せよ。5 題中どの 3 題を選択してもよい。1 枚の答案用紙に 1 つの問題の解答を書くこと。必要があれば裏面を使用してよい。
4. 答案用紙上部左側に解答した問題の番号を書くこと。また解答用紙上部右側の記入欄に受験番号を必ず記入すること。答案の提出前に，これらを記入したかを必ず確認すること。
5. 答案は必ず 3 題分を提出すること。解答した問題が 3 題未満であっても 3 題のそれぞれについて問題番号と受験番号を記入した答案用紙を提出のこと。
6. 解答は日本語または英語で記述すること。
7. この問題冊子と計算用紙は，試験終了後回収する。持ち帰ってはならない。

（余白）

第1問

図1は演算増幅器の等価回路である．＋－入力端子間のインピーダンス Z_i を∞，出力端子のインピーダンス Z_o を0，開ループ利得 A を∞として近似できる演算増幅器を理想的な演算増幅器と呼ぶ．以下の問いに答えよ．

(1) 図2の反転増幅回路の利得 $\dfrac{v_o}{v_r}$ を求めよ．但し，演算増幅器は理想的とする．

(2) 上記(1)で A が有限値をとる場合の利得 $\dfrac{v_o}{v_r}$ を求めよ．

(3) 図2の回路で，抵抗 R_f をキャパシタンス C_f に置き換えたものは，積分回路と呼ばれる．演算増幅器の開ループ利得 A が $A(s)=\dfrac{A_0\omega_0}{s+\omega_0}$ の周波数特性を有するとき，$\dfrac{v_o}{v_r}$ の周波数特性を複素周波数 s の関数として求めよ．

(4) 上記(3)で，A_0 が充分大きな値であるとする．$\dfrac{v_o}{v_r}$ の周波数特性を近似した上で，$\omega \to 0$ と $\omega \to \infty$ とを考えることにより，回路が積分動作をする角周波数 ω の範囲が，おおよそ $\dfrac{1}{A_0 C_f R_r} < \omega < A_0\omega_0$ に制限されることを示せ．

(5) 図3の非反転増幅回路の利得 $\dfrac{v_o}{v_n}$ を求めよ．但し，演算増幅器は理想的とする．

(6) 上記(5)で，演算増幅器が理想的でなく，図1の Z_i と A とが有限値を取るとき，非反転増幅回路の入力インピーダンス Z_{in} を求めよ．但し，Z_o は0と近似できるものとする．

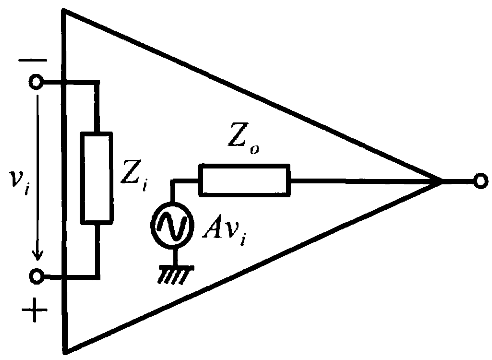


図 1

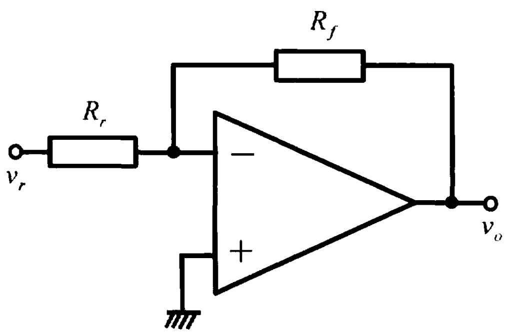


図 2

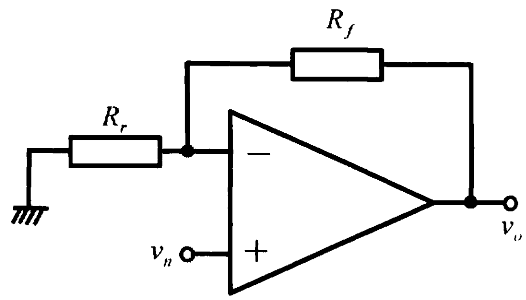


図 3

第２問

以下の問いに答えよ．

(1) 現代的なスーパースカラプロセッサは，プログラムのメモリアクセス性能をあげるために以下を含むいくつもの機構を備えている．

  (a) キャッシュ
  (b) ハードウェアによる先読み
  (c) ノンブロッキングキャッシュ

それぞれの機構が何をするか，およびそれぞれがメモリアクセス性能をあげるためにどう貢献するのかを簡潔に説明せよ．

(2) ある構造体の配列および，その全要素にアクセスするプログラムを考え，アクセスの方法や配列の大きさが性能に与える影響について考察する．具体的には，以下の方法 1〜4 を考える．

方法 1: 全要素を逐次的に，配列の先頭から終わりまでアクセスする．

方法 2: 配列の添字を乱数で生成し，その添字の要素に，それらが生成された順でアクセスする．配列の全ての添字がちょうど一度ずつ生成されるとする．なお，乱数ひとつを生成するのにかかる時間は 7〜8 サイクル程度で，メモリアクセス命令は必要ない．

方法 3: 各要素に後続の要素を指すポインタを持たせ，全要素をひとつの線型リストにする．そして，そのポインタをたどりながらアクセスする．ただし，ある要素は，配列上の直後の要素を指すようにする．結果として要素は方法 1 と同じ順序でアクセスされる．

方法 4: 方法 3 と同様だが，ポインタは方法 2 と同じ乱数で生成される．つまり各要素のポインタは，方法 2 においてその要素の次にアクセスされる要素を指す．結果として要素は方法 2 と同じ順序でアクセスされる．

一要素は 16 バイトとする．プロセッサはレベル 1 から 3 までのキャッシュを持ち，大きさはそれぞれ，32KB, 256KB, 4MB であるとする (1KB $= 2^{10}$ バイト，1MB$= 2^{20}$ バイト)．

それぞれの方法で，同じ配列を繰り返し続けざまに何度もアクセスし，一アクセスあたりの平均時間を測定した．その時間は方法および，配列の要素数 (N) に応じて変化し，以下の表のようになった．数字はアクセス一回あたりの平均時間 (プロセッササイクル数) を示す．

	$N \approx 2^{10}$	$N \approx 2^{22}$
方法 1	1.1	8.0
方法 2	8.4	47.5
方法 3	7.0	(x)
方法 4	7.0	199.2

以下のそれぞれの場合に，2 つの性能の違いに最も関係の深いプロセッサの機構は何か？ 上記の (a) から (c) の中から選んで答えよ．どれも関係しない場合は，なしと答えよ．根拠も示せ．

(2-1) (方法 1, $N \approx 2^{10}$) と (方法 2, $N \approx 2^{10}$)

(2-2) (方法 4, $N \approx 2^{10}$) と (方法 4, $N \approx 2^{22}$)

(2-3) (方法 1, $N \approx 2^{22}$) と (方法 2, $N \approx 2^{22}$)

(2-4) (方法 2, $N \approx 2^{22}$) と (方法 4, $N \approx 2^{22}$)

(3) 表中の (x) の値はどの程度か? 以下のうちから最もありそうな値を選び，理由を述べよ．

(a) 8.0 付近．つまり，方法 1 と同程度．

(b) 47.5 付近．つまり，方法 2 と同程度．

(c) 199.2 付近．つまり，方法 4 と同程度．

第３問

変数 x に関する多項式を $f = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m$，$g = b_0 + b_1 x + \cdots + b_n x^n$（$a_i, b_i$ は実数．$a_m \neq 0$，$b_n \neq 0$）とする．多項式 f, g の先頭項を $\mathrm{LT}(f) = a_m x^m, \mathrm{LT}(g) = b_n x^n$ とし，多項式 f と g の次数を $\deg(f) = m, \deg(g) = n$ と表す．多項式 f を，0 でない多項式 g で割る除算は以下で与えられる．

$$f = qg + r.$$

ここで商 q，余り r は x に関する多項式で，$r = 0$ または $\deg(r) < \deg(g)$ が成り立つ．この場合 $r = \mathrm{remainder}(f, g)$，$q = \mathrm{quotient}(f, g)$ と表す．

(1) $f = x^2 + 7x + 3$，$g = x + 1$ の場合に $\mathrm{quotient}(f, g)$ と $\mathrm{remainder}(f, g)$ を求めよ．

(2) $q = \mathrm{quotient}(f, g)$ と $r = \mathrm{remainder}(f, g)$ を計算する除算アルゴリズムの擬似コードを（a）を埋めることで完成させよ．ただし，単項式（一つの項だけからできている式．例：$7x^3$ や $-5x^{10}$）の四則演算及び多項式の加法・減法はそのまま使えるとして良い．

Input：f, g
Output：q, r
$q = 0, r = f$
while ($r \neq 0$ and $\deg(g) \leq \deg(r)$) {
　$q = q + \mathrm{LT}(r)/\mathrm{LT}(g)$
　$r =$ ＿＿(a)＿＿
}

(3) (2) で示した除算アルゴリズムは必ず停止することを示せ．

(4) 多項式 f，g の最大公約元 GCD（Greatest Common Divisor）とは，以下の条件を満たす多項式 h を表す．

- h は f と g を割り切る
- 多項式 p が f と g を割り切るなら，p は h を割り切る

この場合 $h = \mathrm{GCD}(f, g)$ と表す．$\mathrm{GCD}(f, g)$ は 0 でない定数倍の違いを除いて一意に決まる．$f = qg + r$ の時，$\mathrm{GCD}(f, g) = \mathrm{GCD}(f - qg, g)$ 及び $\mathrm{GCD}(f, 0) = f$ の関係式を用いると，$\mathrm{GCD}(f, g)$ は以下のコードで計算できる（一般性を失うことなく $\deg(f) \geq \deg(g)$ を仮定する）．空欄（b）と（c）を埋めよ．

Input f, g
Output: h
$h = f$
$s = g$
while ($s \neq 0$) {
　$rem = \mathrm{remainder}(h, s)$
　$h =$ ＿＿(b)＿＿
　$s =$ ＿＿(c)＿＿
}

(5) 任意の f と g（$\deg(f) \geq \deg(g)$）に対して，GCD(f,g) を実行したとき GCD アルゴリズム中の while ループにある remainder が呼ばれる回数の上界を計算せよ．また，結果の理由も書け．

第４問

ノードとリンクから構成されるネットワークにおけるIPパケットの配送経路を計算するために以下に述べるアルゴリズムが適用されたシステムを考える．

経路計算アルゴリズム:

各ノードは，各ノードがリンクで接続されているすべての隣接ノードに，{ 宛先ノード，次ホップノード，ホップ数 } を行ベクトルとする経路表を 30 [sec] ごとに通知する．図 1 は，ノード A の経路表の例を示している．なお，図のホップ数 $d(i,j)$ は，次の計算式にしたがって計算され，自ノード i から宛先ノード j に到達するために必要な最小ホップ数を示している．

$$d(i,j) = \min\{d(i,k) + d(k,j)\}, \qquad k \text{ はノード } i \text{ のすべての隣接ノード}$$

なお，同じコストの経路が存在する時には，ノードの番号がより小さい値を持つ隣接ノードを経由する経路が選択されるものとする．

以下の問いに答えよ．

(1) 図 2 のネットワークにおいて，経路表の交換がノード間で十分に行われ，経路表が収束した時のノード 1 の経路表を示せ．図中の○ (丸) がノードを表しその中の数字がノード番号を示しているものとする．ノードを接続するリンクは線で示されており Li (i は整数) でリンクを表現している．

(2) 各ノードの経路表の情報から，ノード 1 を根とする残りのすべてのノード (2, 3, 4, 5) への転送経路を示す Spanning Tree を作成することができる． この Spanning Tree を示せ．

(3) リンク L1 と L8 が同時に切断された． 経路表が収束した時の，ノード 1 の経路表を示すとともに，収束時のノード 1 を根とする残りのすべてのノード (2, 3, 4, 5) への転送経路を示す Spanning Tree を示せ．

(4) 図 3 に示すように，ノード 3 と同じノード番号を持つノード 3a が，リンク L10 を用いてノード 1 と，リンク L9 を用いてノード 5 と接続された． この新しく接続されたノード 3a は，図の右端のノード 3 と同じノード番号を用いて経路表を隣接ノードに通知するものとする． 経路表の交換がノード間で十分に行われ，経路表が収束した時の，ノード 3 を根とする Spanning Tree とノード 3a を根とする Spanning Tree をそれぞれ示せ．

(5) 同じ番号を持つ複数のノードを，意図的にインターネット上に存在させることがある．この運用法の良い利用法と悪い利用法を示せ．

宛先ノード	次ホップノード	ホップ数
A	A	$d(A,A)=0$
B	C	$d(A,B)=3$
C	C	$d(A,C)=1$
⋮	⋮	⋮
Z	B	$d(A,Z)=4$

図 1

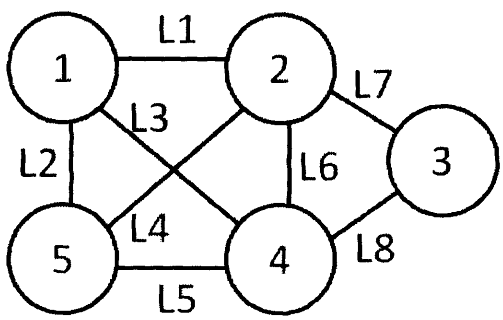


図 2

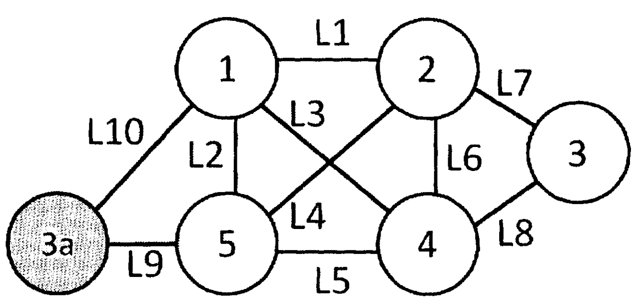
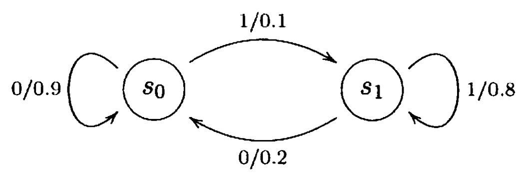


図 3

第５問

以下のような状態遷移図で示される二元単純マルコフ情報源を考える．



以下の問いに答えよ．

(1) 状態 s_0, s_1 の定常確率 w_0, w_1 を求めよ．

(2) 定常状態において出力 1 の発生する確率を求めよ．

(3) 出力系列から，直前および直後が 0 である 1 の連続 (1 のラン) を任意に一つ取り出した時，その長さが 1, 2, k である確率をそれぞれ求めよ．

(4) 1 のランの平均長を求めよ．

(5) この情報源のエントロピーを求めよ．

(6) (2) で求めた生成確率でランダムに 1 が発生する情報源のエントロピーを求めよ．この値と (5) で求めた値の違いについて論ぜよ．

(なお，計算に当たっては，$\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$ を必要に応じて用いよ.)

（余白）