平成 22 (2010) 年度 冬入試

東京大学情報理工学系研究科創造情報学専攻

プログラミング

注意事項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開いてはいけない．
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入しなさい．
3. 解答用紙および下書き用紙が 1 枚ずつ配られる．それぞれに受験番号を記入しなさい．
4. 受験者に配られた USB メモリに ASCII コードで書かれた `a.txt`，`b.txt`，`c.txt` というファイルが入っている．改行はすべて CR (Carriage Return) と LF (Line Feed) として書かれている．

   試験開始前に，USB メモリから上記のファイルを自分の PC にコピーしなさい． ファイルの中身を確認し，PC から手を離しなさい．ファイルにアクセスできないなどの場合は試験監督に申し出なさい．USB メモリの中身は全受験者に共通である．
5. プログラミング言語は何を使ってもよい．
6. プログラミング言語のマニュアルは 1 冊に限り試験中に参照してもよい．**ネットワーク接続をしてはいけないが，各自の PC に入っているライブラリやプログラム断片を使用・流用することは自由である．**
7. 試験終了時までに，自分の PC 上に受験番号名のディレクトリ/フォルダを作成し，作成したプログラムおよび関連ファイルをその下にコピーしなさい．作成したディレクトリ/フォルダを各受験者に渡された USB メモリにコピーしなさい．
8. 試験終了時に，USB メモリ，解答用紙，下書き用紙を回収する．
9. 回収後，試験監督が巡回し，各受験者のプログラムの結果を簡単に確認するので，そのまま座席で待機しなさい．全員の確認が終わるまで部屋を出てはいけない．
10. 午後のプログラミングの口頭試問中にプログラムの動作をより精密に確認する．各自の PC 上でプログラムがすぐに実行できるようにしておきなさい．
11. 全員の確認が終了した後，**各自の PC とこの問題冊子を残し**，部屋から退出しなさい．

受験番号____________________

このページは空白.

このページは空白.

時刻とともに頂点と有向辺が増減する有向グラフについて考えよう．

時刻 t における有向グラフを $G(t) = \langle V(t), A(t) \rangle$ と表記し，$V(t)$，$A(t)$ はそれぞれ時刻 t での頂点の集合，有向辺の集合を表す．また，頂点 v_x から頂点 v_y への有向辺を (v_x, v_y) と表記する．時刻 $t=0$ における初期状態 $G(0)$ は，$G(0) = \langle V(0), A(0) \rangle$，$V(0) = \{v_0\}$，$A(0) = \{\}$ である．また，時刻 t において頂点 v_0 と，頂点 v_0 からたどることのできる頂点の集合をルート集合 $R(t)$ と定義する．

USB メモリに格納されたテキストファイルの各行には頂点，有向辺の増減に関する操作が記述されており，時刻 t に t 行目の操作が終了する．

以下の問 1〜問 3 に答えよ．解答はすべて解答用紙に記述すること．また，解答はとくに指示がない限り，プログラムを作成し，実行して得られた結果を答えよ．プログラムを解答用紙に記述する必要はないが，口頭試問ではプログラムの説明を求める．

問 1　有向辺と頂点が増加していく有向グラフについて考える．

有向グラフに対する **Add-VA** という操作を次のように定義する．頂点 v_x，頂点 v_y が順に与えられたとき，**Add-VA** は $G(t-1)$ に次の操作を行い，$G(t)$ とする[†1]．

$$V(t) = V(t-1) \cup \{v_x, v_y\} \tag{1}$$
$$A(t) = A(t-1) \cup \{(v_x, v_y)\} \tag{2}$$

時刻 t での頂点 v_x，v_y に関する操作 **Add-VA** は，テキストファイルの t 行目に次のように記述されている．

$$x\text{->}y$$

このとき，x，y は 0 から 10000 までの整数であり，v_0 から v_{10000} に対応する．

次ページに例を掲載するので参考にすること．

テキストファイル `a.txt` のすべての操作を $G(0)$ に適用して得られる有向グラフを $G_a = \langle V_a, A_a \rangle$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

1-1　グラフ G_a の頂点数 $|V_a|$ を求めよ．

1-2　グラフ G_a の頂点のうち，最大の出次数をもつ頂点を 1 つと，その出次数を答えよ．同様に，最大の入次数をもつ頂点を 1 つと，その入次数を求めよ[†2]．

1-3　$|V(t_v - 1)| < 1000$，$|V(t_v)| \geq 1000$ となるような時刻 t_v を求めよ．同様に，$|R(t_r - 1)| < 1000$，$|R(t_r)| \geq 1000$ となるような時刻 t_r を求めよ．

1-4　頂点 v_0 が，初めてサイクルの一部となる時刻を求めよ．

[†1] 式 (1)，式 (2) の意味は次の通りである．式 (1): もし，頂点 v_x が頂点集合 $V(t-1)$ に含まれない場合，$V(t-1)$ に v_x を追加し，$V(t)$ とする．頂点 v_y についても同様とする．式 (2): もし，頂点 v_x から頂点 v_y への有向辺 (v_x, v_y) が有向辺集合 $A(t-1)$ に含まれない場合，(v_x, v_y) を $A(t-1)$ に追加し，$A(t)$ とする．

[†2] 頂点 v の出次数とは v から出て行く有向辺の数，v の入次数とは v に入ってくる有向辺の数である．

問 1 の例　図 1 に示す内容がファイルに格納されていたとき，表 1 にその操作を適用した時刻 t でのグラフ $G(t)$ についての頂点集合 $V(t)$，有向辺集合 $A(t)$，ルート集合 $R(t)$ を示す．時刻 $t=5$ での頂点数 $|V(5)|$ は 6，有向辺集合の大きさ $|A(5)|$ は 5，ルート集合の大きさ $|R(5)|$ は 5 である．

また，時刻 $t=0$ から $t=5$ のグラフを図 2 に示す．

```
0->1
2->3
3->4
3->5
1->3
```

図 1　問 1 の入力例

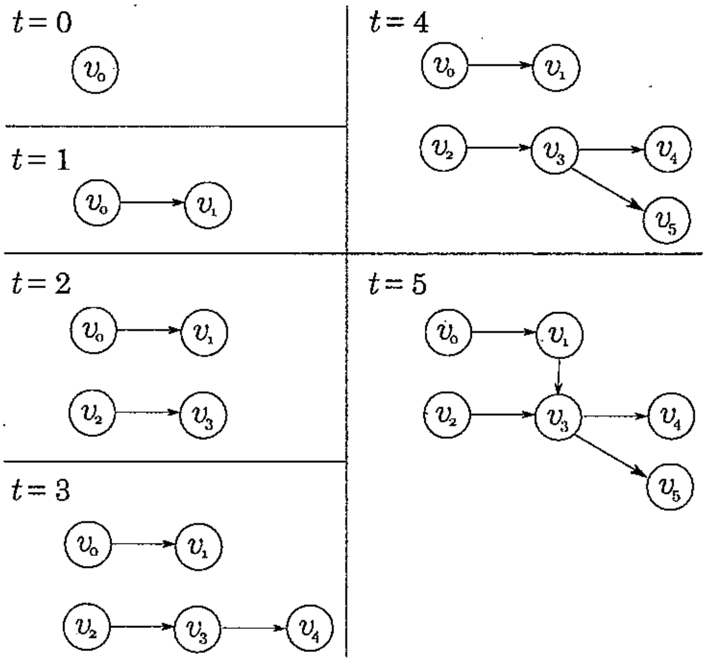

図 2　問 1 の入力例の適用結果を時刻ごとに図示したグラフ

表 1　問 1 の入力例の適用結果

t	$V(t)$	$A(t)$	$R(t)$
0	$\{v_0\}$	$\{\}$	$\{v_0\}$
1	$\{v_0, v_1\}$	$\{(v_0, v_1)\}$	$\{v_0, v_1\}$
2	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3)\}$	$\{v_0, v_1\}$
3	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$	$\{v_0, v_1\}$
4	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5)\}$	$\{v_0, v_1\}$
5	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_1, v_3)\}$	$\{v_0, v_1, v_3, v_4, v_5\}$

問 2　有向辺の追加だけでなく，削除も行う場合を考える．

操作 **Add-VA** に加えて操作 **Del-A** を定義する．有向辺 (v_x, v_y) が与えられたとき，**Del-A** は $G(t-1)$ に対して次の操作を行い，$G(t)$ とする[†3]．

$$A(t) = A(t-1) \setminus \{(v_x, v_y)\} \tag{3}$$

時刻 t での有向辺 (v_x, v_y) への操作 **Del-A** は，**Add-VA** と同様にテキストファイルの t 行目に次のように記述されている．

!x->y

テキストファイル `b.txt` のすべての操作を $G(0)$ に適用して得られる有向グラフを $G_b = \langle V_b, A_b \rangle$，ルート集合を R_b とする．このとき，以下の問いに答えよ．

2-1　グラフ G_b の有向辺数 $|A_b|$ を答えよ．

2-2　グラフ G_b について，ルート集合の大きさ $|R_b|$ を答えよ．

2-3　ルート集合の大きさ $|R(t)|$ について，$|R(t-1)| < 1000$，$|R(t)| \geq 1000$ となるような時刻 t をすべて求めよ．

問 3　有向辺だけでなく，頂点も削除されるような場合を考える．

操作 **Add-VA**，操作 **Del-A** のあとに，毎回次の操作 **S1** を行うことにする．

S1　ルート集合 $R(t)$ に属さないすべての頂点 v および，頂点 v へ入る有向辺，頂点 v から出る有向辺を削除する．

テキストファイル `c.txt` のすべての操作を，操作 **S1** を伴いながら $G(0)$ に適用して得られる有向グラフを $G_c = \langle V_c, A_c \rangle$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

3-1　G_c の頂点数 $|V_c|$，有向辺数 $|A_c|$ を求めよ．

操作 **S1** の代わりに，操作 **Add-VA**，操作 **Del-A** のあとに，毎回次の操作 **S2** を行うことにする．テキストファイル `c.txt` のすべての操作を，操作 **S2** を伴いながら $G(0)$ に適用して得られる有向グラフを $G'_c = \langle V'_c, A'_c \rangle$ とする．

S2　頂点 v_0 以外の頂点について，入次数が 0 となるようなすべての頂点 v および頂点 v から出る有向辺を削除する．この操作により入次数が 0 となるような頂点が生じた場合，さらに操作 **S2** を適用する．

3-2　G'_c の頂点数 $|V'_c|$ を求めよ．

3-3　操作 **S1** を操作 **S2** に変更すると，削除可能な頂点数がどのように変わるか，考察を解答用紙に記述せよ．

---

†3 式 (3) の意味は次の通りである．式 (3): もし有向辺集合 $A(t-1)$ に有向辺 (v_x, v_y) が含まれているなら，$A(t-1)$ から (v_x, v_y) を削除して $A(t)$ とする．なお，$A \setminus B$ は，集合 A の要素から集合 B の要素を取り除いた集合を意味する．

問 2 の例　図 3 に示す内容がファイルに格納されていたとき，表 2 にその操作を適用した時刻 t でのグラフ $G(t)$ についての頂点集合 $V(t)$，有向辺集合 $A(t)$，ルート集合 $R(t)$ を示す．

```
0->1
2->3
1->2
!2->3
1->3
```

図 3　問 2 の入力例

表 2　問 2 の入力例の適用結果

t	$V(t)$	$A(t)$	$R(t)$
0	$\{v_0\}$	$\{\}$	$\{v_0\}$
1	$\{v_0, v_1\}$	$\{(v_0, v_1)\}$	$\{v_0, v_1\}$
2	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3)\}$	$\{v_0, v_1\}$
3	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{(v_0, v_1), (v_2, v_3), (v_1, v_2)\}$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$
4	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{(v_0, v_1), (v_1, v_2)\}$	$\{v_0, v_1, v_2\}$
5	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{(v_0, v_1), (v_1, v_2), (v_1, v_3)\}$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$

このページは空白.

このページは空白.