平成 22 (2010) 年度 夏入試

東京大学情報理工学系研究科創造情報学専攻

創造情報学

注意事項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと.
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入しなさい.
3. 4 問中 3 問 を選択して, 日本語ないし英語で解答すること.
4. 解答用紙は 3 枚配られる. 1 問ごとに必ず 1 枚の解答用紙を使用すること. 解答用紙のおもて面に書ききれないときには, うら面にわたってもよい.
5. 解答用紙の指定された箇所に, 受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること.
6. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.

受験番号________________________________

このページは余白.

このページは余白.

第 1 問

有向グラフ $G = (V, E)$ が与えられたとき，任意の二頂点間の最短経路の長さ，すなわち**全点対間最短経路長**を求めたい．頂点集合の大きさ $|V| = n$ とする．頂点 u から頂点 v への有向辺を e_{uv}, 頂点 u から頂点 v への辺長を δ_{uv} と表す．グラフ G において，辺長 δ_{uv} は負となることもあるが，任意の閉路について閉路長は負とはならない．頂点 u から頂点 u への辺長 $\delta_{uu} = 0$, 頂点 u から頂点 v への有向辺がないとき辺長 $\delta_{uv} = \infty$ とする．

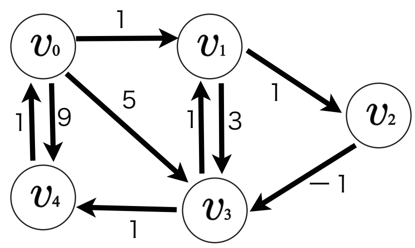

図 1: グラフ $G_1 = (V_1, E_1)$

次ページに示す Algorithm 1 は**単一始点最短経路長**を求めるためのアルゴリズムで頂点 s を始点とするとき s から頂点 $v \in V$ への最短経路長は $d(v)$ に格納される．次ページの Algorithm 2 は 全点対間最短経路長を求めるアルゴリズムで頂点 $u \in V$ から頂点 $v \in V$ への最短経路長は $D(u, v)$ に格納される．いずれのアルゴリズムにおいても中間結果はそれぞれ $d^{(k)}$, $D^{(k)}(k = 0, 1, \cdots)$ に格納される．以下の問いに答えよ．

(1) 図 1 のグラフ $G_1 = (V_1, E_1)$ に Algorithm 1 を適用し，頂点 v_0 を始点とする各頂点への最短経路長を求めたい．表 1 は Algorithm 1 の $d^{(0)}$ を示す．頂点 v_0 から各頂点への経路長 $d^{(1)}$, $d^{(2)}$, $d^{(3)}$, $d^{(4)}$ を示せ．

(2) 図 1 のグラフ $G_1 = (V_1, E_1)$ に Algorithm 2 を適用し，全点対間最短経路長を求めたい．表 2 は Algorithm 2 の $D^{(0)}$ を示す．Main Loop で選択する頂点 $w \in V_1$ および対応する $D^{(1)}$, $D^{(2)}$, $D^{(3)}$, $D^{(4)}$, $D^{(5)}$ を記せ．

(3) 全点対間最短経路長を求めるため，すべての点をそれぞれ始点として Algorithm 1 を適用する Algorithm 1-ALL を考える．Algorithm 1-ALL と Algorithm 2 を比較考察せよ．

表 1: Algorithm 1 の $d^{(0)}$

終点	
v_0	0
v_1	∞
v_2	∞
v_3	∞
v_4	∞

表 2: Algorithm 2 の $D^{(0)}$

始点 \ 終点	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4
v_0	0	1	∞	5	9
v_1	∞	0	1	3	∞
v_2	∞	∞	0	-1	∞
v_3	∞	1	∞	0	1
v_4	1	∞	∞	∞	0

Algorithm 1

for all $v \in V$ **do**
  $d^{(0)}(v) = \infty$
end for
$d^{(0)}(s) = 0$

/* Main Loop */
for $k = 1 \ .. \ n-1$ **do**
  for all $e_{uv} \in E$ **do**
    $d^{(k)}(v) = \min(d^{(k-1)}(v), \ d^{(k-1)}(u) + \delta_{uv})$
  end for
end for

Algorithm 2

$k = 0$
for all $u \in V$ **do**
  for all $v \in V$ **do**
    $D^{(k)}(u, v) = \delta_{uv}$
  end for
end for

/* Main Loop */
for all $w \in V$ **do**
  for all $u \in V$ **do**
    for all $v \in V$ **do**
      $D^{(k+1)}(u, v) = \min(D^{(k)}(u, v), D^{(k)}(u, w) + D^{(k)}(w, v))$
    end for
  end for
  $k = k + 1$
end for

第2問

以下の問いに答えよ．

(1) 図1に示すように，光軸CZ，撮像面Sをもつカメラの直交座標系Σ_{C}を点Cにおく．撮像面Sは光軸CZに直交し，点Cからfの距離にある．点Qが撮像面Sに投影された点Pがカメラ座標系Σ_{C}での座標として$\mathbf{P}_{\mathrm{C}} = (P_X, P_Y, f)^t$をもつ．座標系$\Sigma_{\mathrm{W}}$において，3軸CX,CY,CZの方向ベクトルを$\mathbf{X_W} = (X_X, X_Y, X_Z)^t$，$\mathbf{Y_W} = (Y_X, Y_Y, Y_Z)^t$，$\mathbf{Z_W} = (Z_X, Z_Y, Z_Z)^t$と表し，点Cの位置ベクトルを$\mathbf{C_W} = (C_X, C_Y, C_Z)^t$と表す．なお，^{t}は転置を示す．

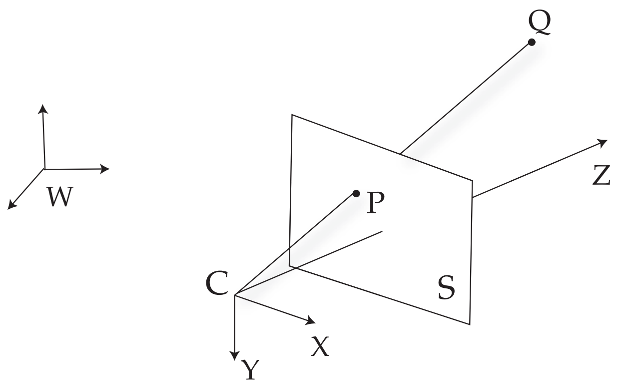

図1

点Cから点Qまでの距離をdとして，点Cから点Qへのベクトル$\mathbf{Q}_{\mathrm{C}}$を$\mathbf{P}_{\mathrm{C}}$とdで示せ．また，座標系Σ_{W}において，点Qの位置ベクトルを$\mathbf{Q_W}$，座標系Σ_{C}の回転行列をR_{C}とすると，$\mathbf{Q_W} = R_{\mathrm{C}}\mathbf{Q}_{\mathrm{C}} + \mathbf{C_W}$と表される．回転行列$R_{\mathrm{C}}$の各要素を示せ．

(2) ある点Aにカメラをおいて点Qを観察し，カメラ座標系Σ_{A}での投影点$\mathbf{P}_{\mathrm{A}} = (a_X, a_Y, f)^t$を得た．次に，そのカメラをカメラのX軸方向に$\ell$だけ離れた点Bへ平行移動し，その移動した座標系のY軸周りに角度α回転した．その回転後のカメラの座標系をΣ_{B}とする．座標系Σ_{B}での点Qの投影点$\mathbf{P}_{\mathrm{B}} = (b_X, b_Y, f)^t$を得た．
ここで，$\mathbf{P}_{\mathrm{A}} = \mathbf{P}_{\mathrm{B}}$となったとすると，カメラが点Aにある時の点Qまでの距離d_{A}と点Bにある時の点Qまでの距離d_{B}はどのように求められるか示せ．ここでは，移動と回転時の誤差は無く，カメラ座標系Σ_{A}とカメラ座標系Σ_{B}のXZ平面は同一平面内に存在する．

(3) 同じカメラを空間の2点M，Nにそれぞれおいた．点M，点Nの位置ベクトルをそれぞれ$\mathbf{M_W}$，$\mathbf{N_W}$，回転行列をそれぞれR_{M}，R_{N}とする．これらのカメラで点Qの投影点$\mathbf{P}_{\mathrm{M}}$，$\mathbf{P}_{\mathrm{N}}$を得た．それぞれのカメラでの点Qへのベクトル$\mathbf{Q}_{\mathrm{M}}$，$\mathbf{Q}_{\mathrm{N}}$は座標系Σ_{W}では同じ座標を表すことから，2つの投影点$\mathbf{P}_{\mathrm{M}}$，$\mathbf{P}_{\mathrm{N}}$が満たすべき条件を求めよ．

(4) 投影点を投影画像配列の点として表し，(3)の条件が満たされない場合を考える．評価関数を$J = |(R_{\mathrm{M}}\mathbf{Q}_{\mathrm{M}} + \mathbf{M_W}) - (R_{\mathrm{N}}\mathbf{Q}_{\mathrm{N}} + \mathbf{N_W})|^2$とし，$J$が最小になるように点Qの座標系

Σ_{W} における座標 $\mathbf{Q}_{\mathrm{W}}$ を求めることを考える．評価関数 J を最小にする点 M から点 Q までの距離 d_{M} と点 N から点 Q までの距離 d_{N} を求めよ．次に，その d_{M} と d_{N} を用いて，Σ_{W} における $\mathbf{Q}_{\mathrm{W}}$ を得る方法を示せ．

(5) (3) のように 2 つのカメラで三次元位置を計測する際に，最も精度良く得るためにはどのようなカメラ配置がよいか説明せよ．

第 3 問

2 つの 3 ビット数を入力として，1 つの 6 ビット数を出力する乗算器を以下の手順に従って設計せよ．

(1) 図 1 に示す全加算器および半加算器の真理値表を求めよ．これらを，AND，OR，NOT ゲートを用いて構成せよ．

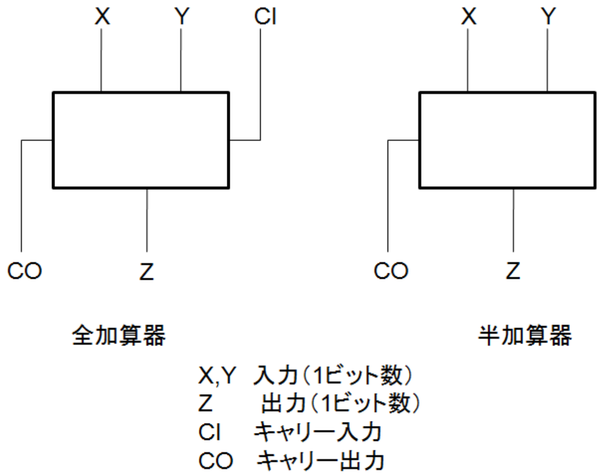

図 1: 全加算器と半加算器

(2) (1) の加算器を組み合わせ，必要ならば AND, OR, NOT ゲートを付加して，図 2 に示す 4 ビット加算器を構成せよ．

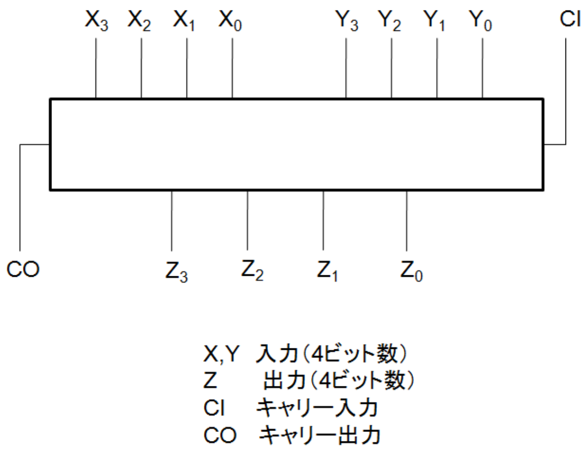

図 2: 4 ビット加算器

(3) (1)，(2) の加算器および AND, OR, NOT ゲートを用いて，図 3 に示す，2 つの符号なし 3 ビット数を入力として，1 つの符号なし 6 ビット数を出力する乗算器を構成せよ．

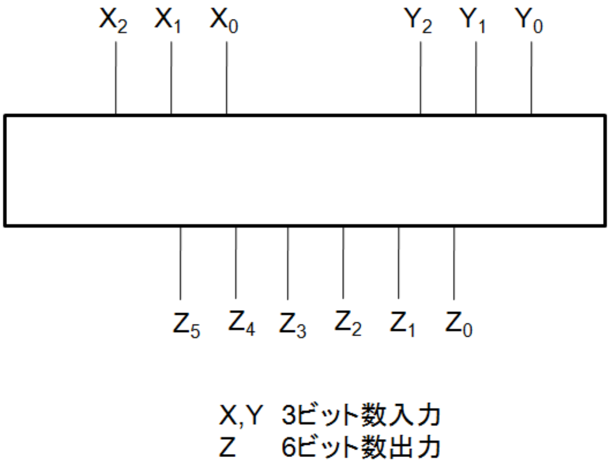

図 3: 符号なし 3 ビット乗算器

(4) (1)，(2) の加算器および AND, OR, NOT ゲートを用いて，図 4 に示す，2 つの符号付き 3 ビット数を入力として，1 つの符号付き 6 ビット数を出力する乗算器を構成せよ．符号付き数には 2 の補数表示を用いる．

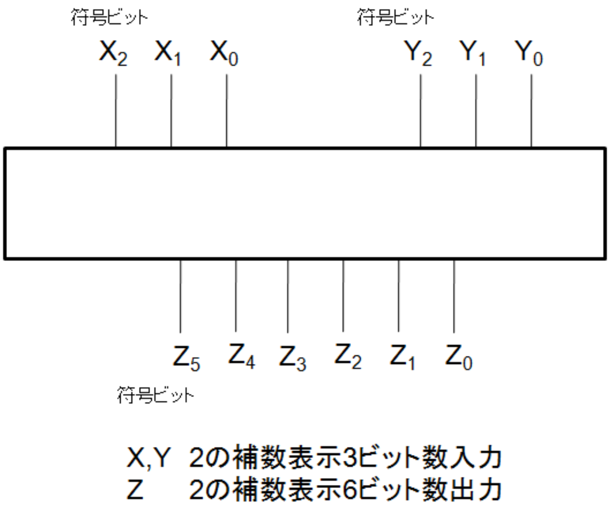

図 4: 符号付き 3 ビット乗算器

(5) N ビット × N ビットの乗算器の演算遅延時間を $O(\log N)$ とするための，乗算器の構成原理を論じよ．

第4問

情報システムに関する以下の項目から4項目を選択し, 各項目を4~8行程度で, 必要に応じて例や図を用いて説明せよ.

(1) ベイズの定理

(2) 決定木の学習法

(3) スペクトル拡散通信の原理と応用例

(4) 関係データベースにおける正規化

(5) チューリングマシン

(6) スヌープキャッシュ

(7) Unicode

(8) ユーザ認証もしくは個人識別について，あわせて3種類の方法とその比較