

平成 21 年度 夏入試

東京大学情報理工学系研究科創造情報学専攻

プログラミング

注意事項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子と配られた封筒を開いてはいけない．問題冊子には印刷された作業用紙が 1 枚はさまれている．
2. この表紙の下部にある受験番号欄に受験番号を記入しなさい．
3. 答案用紙と下書き用紙が 1 枚ずつ配られる．それぞれに受験番号を記入しなさい．解答用紙に解答を記入する問題がある．
4. 受験者に配られた USB メモリに ASCII コードで書かれた `init-state.txt`, `rotseq.txt`, `data1.txt`, ..., `data5.txt` の 7 個のファイルが入っている．改行はすべて CR (Carriage Return) と LF (Line Feed) として書かれている．
試験開始前に，USB メモリから上記のファイルを自分の PC にコピーしなさい．ファイルの中身を見て，空白で区切られた 1 文字の英字が数行，あるいは空白で区切られた 2 文字の英数字が数行にわたって入っていることを確認し，PC から手を離しなさい．ファイルにアクセスできない，あるいは中身が ASCII 文字列として読めないなどの場合は試験監督に申し出なさい．USB メモリの中身は全受験者に共通である．
5. プログラミング言語は各自の得意なものを使用しなさい．
6. プログラミング言語のマニュアルは 1 冊に限り試験中に参照してもよい．ネットワーク接続は禁止であるが，各自の PC に入っているライブラリやプログラム断片を使用・流用することは自由である．
7. 試験終了時までには，自分の PC 上に受験番号名のディレクトリ/フォルダを作成し，作成したプログラムおよび関連ファイルをその下にコピーしなさい．作成したディレクトリ/フォルダを各受験者に渡された USB メモリにコピーしなさい．
8. 試験終了時に，USB メモリ，答案用紙，下書き用紙，作業用紙を回収する．封筒に入っていた品物は持ち帰ってよい．
9. 回収後，試験監督が周回し，各受験者のプログラムの結果を簡単に確認するので，そのまま座席で待機しなさい．全員の確認が終わるまで部屋を出てはいけない．
10. 午後のプログラミングの口頭試問中にプログラムの動作をより精密に確認する．各自の PC 上でプログラムがすぐに実行できるようにしておきなさい．
11. 全員の確認が終了した後，各自の PC とこの問題冊子を残し，部屋から退出しなさい．

受験番号 _____

このページは余白

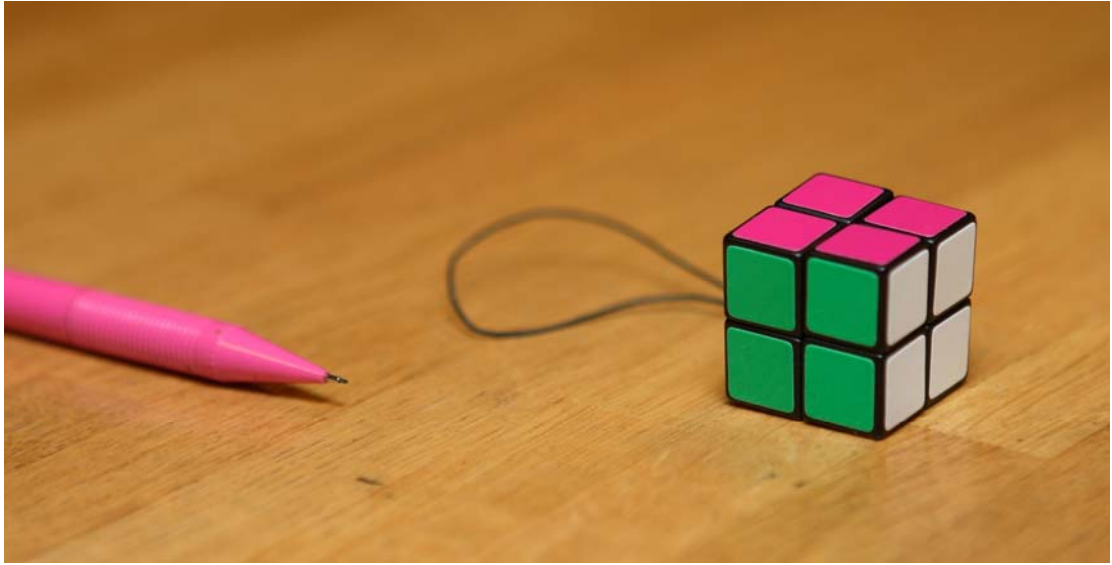


図1 2×2×2のルービックキューブ

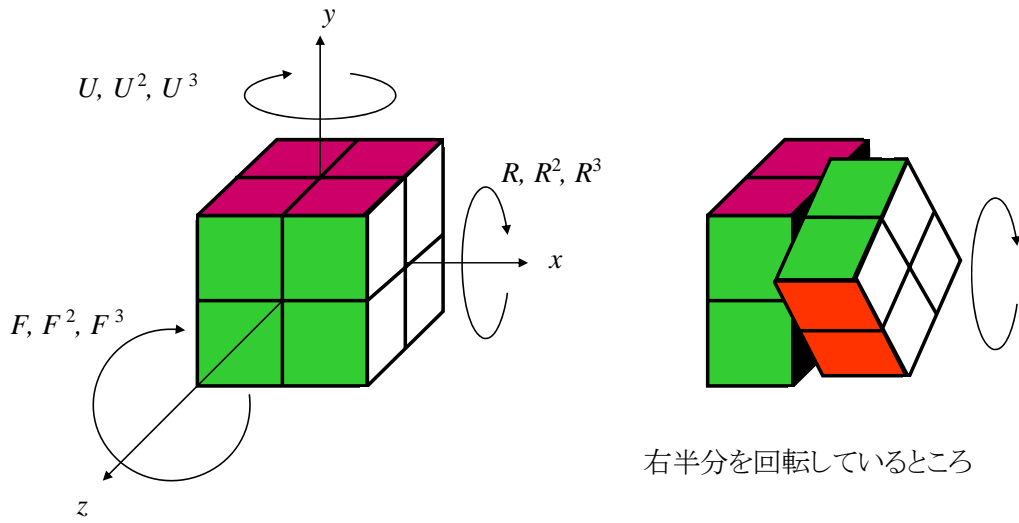


図2 キューブの回転

封筒に入っていたルービックキューブ(図1, 以下単にキューブ)を考えよう. これは $2 \times 2 \times 2$ の立方体で, 単位面積の面(素面)それぞれに桃(p), 白(w), 緑(g), 赤(r), 黄(y), 青(b)の色がついている. 立方体を構成する8個のピースをそれぞれ小体と呼ぶ. 立方体の任意の $2 \times 2 \times 1$ の部分(4個の小体)が 2×2 の面の中心の回りを回転することができる(図2). この操作によって, 6種類の色が混ざりあった模様が立方体の表面にできる. 各面の色が揃い, 図1のような向きに置かれた状態を初期状態と呼ぶ.

キューブ状態とはキューブの24個の素面の色を図3のような展開図で表したものである. 図3は初期状態を表している. 展開図では6個の 2×2 の素面配列が左上から右下に, 上面(Up), 右面(Right), 前面(Front), 底面(Down), 左面(Left), 背面(Back)の順に並んでいる. 図3では, 同じ色の素面を区別するために, 時計回りに p_1, p_2, p_3, p_4 というように添字をつけている. 以下, 展開図は面の位置と向きをこのように書く. 理解を助けるために封筒に入っていた展開図5枚を自由に活用しなさい. 必要なら作業用紙に印刷されている展開図の枠組みも使いなさい.

図2のようにキューブをテーブルの上に置いたまま, キューブの上半分, 右半分, 前半分のいずれかを時計回りに90度, 180度, 270度(反時計回りに90度)回転させる操作を考よう. これらをそれぞれ $U, U^2, U^3, R, R^2, R^3, F, F^2, F^3$ と書く. これらのいずれの回転でも動かない小体が1個ある. この小体は $U-R-F$ 不動位置にあると呼ぶ.

p_1	p_2	w_1	w_2
p_4	p_3	w_4	w_3
	g_1	g_2	$r_1 \quad r_2$
	g_4	g_3	$r_4 \quad r_3$
		y_1	$y_2 \quad b_1 \quad b_2$
		y_4	$y_3 \quad b_4 \quad b_3$

図3 初期状態に対応したキューブ状態(色添字つき)

テーブルの上でキューブ全体を回転させることを置き直しと呼ぶ. 勝手に置かれたキューブを初期状態に戻すパズルを解くためには, まず, $U-R-F$ 不動位置に初期状態と同じ小体を, 向きを揃えて合わせる置き直しを行なう. 置き直しは最初の1回だけでよく, そのあとは上述の回転を繰り返せばよい. 下半分, 左半分, 後ろ半分の回転 D, L, B の系列はパズルを解くためには考える必要がない.

キューブを置き直して同じになるキューブ状態を同値な状態と呼ぶ.

問1 初期状態と同値なキューブ状態は初期状態を含めて何個あるか. 簡潔な理由とともに答案用紙に書きなさい.

問2 初期状態に対して, 回転 U を行なった. 得られたキューブ状態を答案用紙に書きなさい. 図3の色の添字を書くこと. また, $U-R-F$ 不動位置にある小体の素面を \square で囲みなさい.

問3 まず, 置き直しについて考えよう. 置き直しは, 展開図に現われる24個の素面の置換(並べ換え)として表現できる. この置換は, 6個の面 U, R, F, D, L, B の置換とそれぞれの面の上の4個の素面の循環置換の合成として書ける. ここでは簡単のため, 6個の面の置換のみを考える.

元の面 Φ_1 を U (上面) にし, 元の面 Φ_2 を R (右面) にするキューブの置き直しを $\Phi_1\Phi_2$ と書く. たとえば元の左面 L を上面に, 元の背面 B を右面にする置き直しは, LB と書く. UR はなにもしない置き直しである.

立方体全体を図 2 の x 軸, y 軸の回りにそれぞれ 90 度回転する FR, UB を用いて, すべての置き直しを合成しよう. 解答のためにプログラムを書いてもよいし, 書かなくてもよい.

(3-1) 置き直し UL, FU, RU, BU, LD を, それぞれ FR, UB だけを使って合成し, 答案用紙に書きなさい. それぞれに合成法は複数あり得るが, 1 個だけ書けばよい. 合成は個々の置き直しを左から順に空白で区切って書く. たとえば, RB は UB のあとに FR を行なえばいいので, UB FR と書く.

(3-2) 置き直しの逆元, すなわち, それと合成すると UR になるような置き直しを, UR を除くすべての置き直しについて求め, 答案用紙に書きなさい. 置き直しと逆元を対にして書くこと.

問 4 キューブ状態とそれに対する回転列を入力として与えたとき, 最終的にどのキューブ状態になるかを計算するプログラムを書きたい. キューブ状態は図 3 のような展開図で入出力する. 以降, 添字は考えない. なお, 初期状態がファイル `init-state.txt` に書かれている.

回転列とは, 空白記号で区切られた回転 R, R^2, \dots, F^2, F^3 からなる 1 行の列である. ファイルの中で, 回転はたとえば R, R^2, R^3 を $R1, R2, R3$ のように書く. 以下の回転列はファイル `rotseq.txt` に書かれた最初の, 長さ 3 の回転列である. U3 や F2 も単一の回転であることに注意.

R1 U3 F2

(4-1) キューブの回転はキューブ状態に現われる 24 個の素面の置換として表現できる. プログラムの最初, あるいは答案用紙に, キューブ状態のデータ構造と置換をどのように表現するかの簡単な設計ドキュメントを書きなさい.

(4-2) 上記のデータ構造と置換表現の設計に基づき, 実際にプログラムを書き, 初期状態に対して回転 U を行なって得られるキューブ状態を出力しなさい. 同様に, 回転 R, F をそれぞれ行なった場合についても出力しなさい.

(4-3) 初期状態に対して, ファイル `rotseq.txt` に書かれた 4 個の回転列をそれぞれ施して得られるキューブ状態を出力しなさい.

問 5 正しく置き直されたキューブ状態から, 初期状態に戻す最短の回転列を 1 個出力するプログラムを書きなさい. このプログラムをファイル `data1.txt, \dots, data5.txt` に入っている 5 個の (置き直し済みの) キューブ状態に対して適用しなさい. 入出力形式は問 4 と同じである. ここで与えたキューブ状態は, 計算資源を使いすぎないようにするため, 初期状態に至る最短の回転列の長さがすべて 6 以下である.